

Az Operációkutatási Tanszék
BSc szakdolgozat témái

2011. október

tanszéki honlap: <http://www.cs.elte.hu/opres/>

1. ERŐS ÉLSZÍNEZÉSEK VIZSGÁLATA (BSc)

Témavezető: Bérczi Kristóf

Téma rövid leírása: Egy $G=(V,E)$ gráfot erősen k -élszínezhetőnek nevezünk, ha az élek megszínezhetőek k színnel úgy, hogy ha két él ugyanolyan színű, akkor azon túl, hogy nincs közös végpontjuk, olyan él sem létezik, mely a két él egy-egy végpontja között megy. A fogalmat Fouquet és Jolivet vezette be rádiófrekvenciák konfliktusmentes kiosztása kapcsán.

Hasonlóan az él-kromatikus számhoz definiálhatjuk az erős él-kromatikus számot, mely tehát a legkisebb olyan k érték, melyre a gráfnak létezik erős k -élszínezése. Erdős és Nešetřil 1985-ben felső korlátot adott ezen k értékére a maximális fokszám függvényében, és úgy sejtették, hogy ez a lehető legjobb korlát. Azóta több sejtés is született (pl. páros gráfokra, szubkubikus síkgráfokra) az erős él-kromatikus szám felső korlátjára. A probléma azért érdekes, mert Vizing tételének egy erős él-színezésekre vonatkozó analogonját kapnánk.

A szakdolgozó feladata az erős él-kromatikus számhoz kapcsolódó eredmények áttekintése, a nyitott kérdések összegyűjtése és esetleges vizsgálata.

2. ANTIMAGIC CÍMKÉZÉSEK (BSc vagy MSc)

Témavezető: Bérczi Kristóf

Téma rövid leírása: Ha adott egy $G=(V,E)$ gráf, melyre $|E|=m$, akkor az élek egy számozását 1-től m -ig magic-nek nevezzük, ha minden pontra ugyanannyi a rá illeszkedő élekre írt számok összege. Ezzel bizonyos értelemben ellentétes fogalmat kapunk, ha azt követeljük meg, hogy ez az érték minden csúcsra más és más legyen. Ez esetben antimagic címkézéstről beszélünk, és a gráfot antimagic gráfnak hívjuk, ha az említett tulajdonságú címkézés létezik (a két fogalom nem zárja ki egymást, egy gráf lehet egyszerre magic és antimagic is).

Az antimagic címkézések fogalmát Ringel vezette be 1990-ben, és úgy sejtette, hogy az egyetlen élből álló gráftól eltekintve minden összefüggő gráfnak létezik antimagic címkézése. A sejtés azóta is nyitott, a legnagyobb előrelépést Alonék eredménye jelenti, mely szerint létezik olyan c konstans, hogy ha egy n pontú gráfban a minimális fokszám c logn, akkor a gráf antimagic. Rengeteg eredmény született, melyek egy-egy speciális gráfosztályra igazolják a sejtést, azonban -meglepő módon- még fákra sem ismert bizonyítás.

A szakdolgozat témája a magic és antimagic címkézésekhez kapcsolódó eredmények áttekintése, és a sejtés vizsgálata, elsősorban fák esetére.

3. A GLOBÁLIS ÉLÖSSZEFÜGGŐSÉG NÖVELÉSE GRÁFOKBAN (BSc, matematikus, alkalmazott matematikus, elemző, informatikus)

Témavezető: Bernáth Attila

Téma rövid leírása: Adott egy gráf és egy k természetes szám. A feladat minél kevesebb új él hozzávételével k -élösszefüggővé tenni ezt a gráfot. Ez a globális élösszefüggőség növelési feladat, ami mind irányítatlan, mind irányított gráfokban

értelmes és megoldható polinom időben (természetesen irányítatlan gráfokhoz irányítatlan éleket adunk hozzá, irányított gráfokhoz irányított éleket). A feladat az elméleti eredmények megismerése, egyes algoritmusok implementálása a LEMON programkönyvtárban.

4. **SZIMPLEX MÓDSZER MINT VÁGÓSÍKOS ELJÁRÁS** (BSc, alk.mat., elemző, informatikus)

Ez a téma már foglalt.

Témavezető: Fábián Csaba

Téma rövid leírása: Speciális oszlop-választási (azaz árazási) szabály mellett a szimplex módszer vágósíkos eljárásnak tekinthető. A cél olyan szimplex módszer implementálása, amely képes kisméretű (párszáz változót és feltételt tartalmazó) feladatokat megoldani, és ennek segítségével a vágósíkos árazási szabályt összehasonlítani a klasszikus szabályokkal.

5. **HÁLÓZATOPTIMALIZÁLÁSI MODELLEK MATEMATIKAI HÁTTERE** (Bsc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Témavezető: Frank András

Téma rövid leírása: A szakdolgozó feladata Kleinberg és Tardos Algorithm Design című könyvében szereplő megannyi hálózatoptimalizálási modell feldolgozása és osztályozása annak megfelelően, hogy mik azok az általános matematikai eszközök (legrövidebb út, minimális vágás, mohó algoritmus, stb.), amelyek ezen gyakorlati modellek megoldásának hátterében állnak. Például az optimális szőillesztési probléma két adott betűsorozat legnagyobb közös részsorozatának megtalálását tűzi ki. Erre a könyvben szerepel egy konkrét (dinamikus programozási) algoritmus, de valójában arról van szó, hogy egy részbenrendezett halmaz maximális láncát kell megkeresni.

6. **KÖZÉPISKOLAI VERSENYFELADATOK VIZSGÁLATA** (BSc)

Témavezető: Frank András

Téma rövid leírása: A szakdolgozó feladata középiskolai matematika és informatika versenyek feladataiból kiválogatni azokat, amelyekben diszkrét optimalizálás van a háttérben (gráfok, részbenrendezett halmazok, intervallum rendszerek, stb) és megvizsgálni, hogy a kihozott feladatok milyen általánosabb környezetben érvényesek. Például egy ősi Kürschák feladat annak bizonyítását kéri, hogy ha egy könyvtárban egy nap bármely két látogató találkozik, akkor van olyan időpillanat, amikor mindenki ott van (feltéve, hogy minden látogató aznap csak egyszer megy). Itt arról van szó, hogy ha egy út részútjai páronként metszők, akkor van közös pontjuk. Ez általánosabban is igaz: ha egy fa bizonyos részfainak páronként van közös csúcsa, akkor az összesnek van közös csúcsuk. (Ez a Helly tulajdonság.)

7. **GRÁFOK ÉS SZERKEZETEK MEREVSÉGÉNEK KOMBINATORIKUS VIZSGÁLATA** (BSc vagy MSc)

Témavezető: Jordán Tibor

Téma rövid leírása: Rúdszerkezetek merevségével kapcsolatos kérdések egyrészt érdekes elméleti problémákhoz vezetnek, melyek egy része kombinatorikus (gráf- és matroidelméleti) módszerekkel vizsgálható, másrészt számos meglepő alkalmazási területen felbukkannak (molekulák stabil és mozgó részeinek meghatározása, mozgatható antennák tervezése, vezető nélküli járművek alakzatainak kialakítása, stb.).

A szakdolgozó feladata a terület egy meghatározott részének áttekintése, lehetőleg érdemben hozzájárulva néhány nyitott kérdés háttérének megvilágításához is.

8. SZENZORHÁLÓZATOK ALGORITMIKUS PROBLÉMÁI (BSc vagy MSc)

Témavezető: Jordán Tibor

Téma rövid leírása: A drótnélküli szenzorhálózatok sok apró műszerből állnak, melyek rádiójelekkel tudnak kommunikálni egymással (például az egymás közti távolságot is meg tudják mérni, ha elég közel vannak) és általában adatokat gyűjtenek, melyeket szinten rádiójelekkel továbbítanak. Egy hálózat működtetése során számos algoritmikus és optimalizációs kérdést kell kezelni. Ezek egyike a lokalizáció: néhány páronkénti távolságból kell kiszámolni a szenzorok pontos helyét.

A szakdolgozó feladata ilyen jellegű kérdések, elsősorban a lokalizációs feladat vizsgálata, az eredmények és algoritmusok áttekintése, egységes keretbe foglalása, a nyitott kérdések vizsgálata.

9. TÁVKÖZLÉSI HÁLÓZATOK TERVEZÉSÉNEK ALGORITMIKUS KÉRDÉSEI (BSc vagy MSc)

Témavezető: Jordán Tibor

Téma rövid leírása: A szakdolgozó feladata a címben szereplő témában elméleti eredmények áttekintése, majd konkrét (elméleti és-vagy programozási) feladatok vizsgálata. A munka során nyomon lehet követni egy vállalati partnerrel közös kutatási-fejlesztési projektet.

10. EMBERI ERŐFORRÁSOK TERVEZÉSE A LÉGIKÖZLEKEDÉSBEN (BSc vagy MSc)

Témavezető: Jüttner Alpár (alpar@cs.elte.hu)

Téma rövid leírása: A légitársaságok az elmúlt 40 évben kiterjedt kutatásokat finanszíroztak olyan matematikai modellek kialakításra, melyek képesek a hajózó légénység munkaerő beosztását elkészíteni úgy, hogy bizonyos szempontok szerint közel optimális legyen. A kutatások eredményeként megszületett eljárások ma már a megkerülhetetlen segédeszközei a légitársaságok napi működésének.

A jelenleg használt modellek fontos hiányossága, hogy – bár igen részletes modelljét adják a feladatnak – általában csak a jelenre vonatkoznak és a légénység valamint az igények jövőbeni alakulására semmilyen előrejelzést nem tudnak adni.

A szakdolgozat célja erre a kérdésre választ adni: a feladat modellek alkotása a jövőben felmerülő emberi erőforrás-igényekre, és optimalizálási eljárások kidolgozása ezen igények költségoptimális kielégítésére.

Szükséges ismeretek: alapvető számítógépes gyakorlat

11. **GOMORY-FÉLE VÁGÁSOK** (BSc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Témavezető: Király Tamás

Téma rövid leírása: Ralph E. Gomory 50 évvel ezelőtt dolgozta ki vágósíkos algoritmusát egészértékű és vegyes programozási feladatok megoldására. Bár az algoritmus elméleti fontosságát mindenki elismerte, sokáig nem tartották alkalmasnak nagyméretű feladatok megoldására. Az utóbbi időben azonban több kutató arra a következtetésre jutott, hogy kisebb módosításokkal a Gomory-féle vegyes vágások hatékonyan használhatók. A hallgató feladata a Gomory-féle vágásokkal való megismerkedés, a különböző változatok elméleti és számítógépes összehasonlítása.

Szakirodalom:

Nemhauser, Wolsey, Integer programming and combinatorial optimization, II.1

Dash, Günlük, On the strength of Gomory mixed-integer cuts as group cuts,
<http://dx.doi.org/10.1007/s10107-007-0179-4>

Michael Russell, Cutting Planes for Mixed Integer Programming,
<http://www.math.uwaterloo.ca/co/graduate-students/files/mmath/Michael-R.pdf>

12. **MECHANIZMUS-TERVEZÉS ÉS ONLINE AUKCIÓK** (BSc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Témavezető: Király Tamás

Téma rövid leírása: A mechanizmus-tervezés azzal foglalkozik, hogy milyen algoritmusokkal lehet bizonyos javakat önző játékosok között hatékonyan és igazságosan elosztani. A hallgató feladata, hogy megismerkedjen a mechanizmus-tervezés alapjaival, és feldolgozzon 1-2 friss eredményt a témában.

Szakirodalom:

Nisan, Roughgarden, Tardos, Vazirani, Algorithmic Game Theory,
http://www.cambridge.org/journals/nisan/downloads/Nisan_Non-printable.pdf

Swamy, Lavi, Truthful and Near-optimal Mechanism Design via Linear Programming,
<http://www.math.uwaterloo.ca/~cswamy/papers/mechdeslp-journ.pdf>

Niv Buchbinder, Kamal Jain and Mohit Singh, Incentives in Online Auctions via Linear Programming,
<http://www.cs.mcgill.ca/~mohit/publications/auction-secretary.pdf>

13. **TÉGLALAP-PAKOLÁSOK** (BSc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Ez a téma már foglalt.

Témavezető: Király Tamás

Téma rövid leírása: A téglalap-pakolási feladatban a cél téglalap alakú modulok elhelyezése valamilyen szempont szerint minél jobban (pl. minél kisebb összterületű téglalapba). Az ilyen feladatok általában nehezek, és lokális keresési algoritmusokat

szoktak használni a megoldásukra, melyeknek fontos összetevője az állapottér minél tömörebb és kezelhetőbb leírása (reprezentációja). A hallgató feladata ezeknek a reprezentációknak az összehasonlítása és a keresési algoritmusok tesztelése.

14. **GÉPÜTEMEZÉS ERŐFORRÁS KORLÁTOKKAL** (BSc vagy MSc)

Témavezető: Kis Tamás, tamas.kis@sztaki.hu

Téma rövid leírása: A diplomamunka témája olyan ütemezési problémák vizsgálata, ahol az unáris erőforrásokon túl (ezek a gépek), további erőforrásokat is igényelnek a munkák, amelyeken osztozniuk kell. A téma feldolgozása jelentős irodalomkutatást igényel, amelyeket a diplomamunkában egységes keretbe foglalva, esetleg új eredményekkel kiegészítve kell bemutatni.

15. **DISZJUNKTÍV VÁGÁSOK A KOMBINATÓRIKUS OPTIMALIZÁLÁSBAN** (BSc vagy MSc)

Témavezető: Kis Tamás, tamas.kis@sztaki.hu

Téma rövid leírása: A diszjunktív vágásokat Egon Balas vezette be még a 70-es évek közepén diszjunktív programok konvex burkának a leírására. Ugyanakkor a vágások képzésének egyszerű elve lehetővé teszi, hogy sok jól ismert kombinatorikus problémára, mint például maximális vágás, maximális aciklikus részgráf, aszimmetrikus utazó ügynök probléma, alkalmazzuk, hogy érvényes egyenlőtlenségeket kapjunk a megoldások konvex burkára. A téma feldolgozása 1-2 cikk megismeréséből, és a módszer bemutatásából áll példákon keresztül. MSC szinten új alkalmazási területeket is lehetne keresni.

Szakirodalom:

A. Letchford, On disjunctive cuts for combinatorial optimization, Journal of Combinatorial Optimization, 5 (2001) 299-315.

16. **ÜTEMEZÉS ERŐFORRÁS FÜGGŐ VÉGREHAJTÁSI IDŐKKEL** (BSc vagy MSc)

Témavezető: Kis Tamás, tamas.kis@sztaki.hu

Téma rövid leírása: A diplomamunka témája olyan ütemezési problémák vizsgálata, ahol a feladatok végrehajtási idejét a hozzájuk rendelt processzorok száma határozza meg (scheduling with malleable tasks). A téma feldolgozása jelentős irodalomkutatást, esetleg egy két algoritmus implementációját igényli.

17. **GALLAI TIBOR NÉHÁNY MINMAX TÉTELE** (BSc)

Ez a téma már foglalt.

Témavezető: Kovács Erika Renáta

Téma rövid leírása: Gallai számos tétele az egyetemi anyag része, ám sok eredménye kevésbé ismert, ilyen például Menger tételének alternáló utas bizonyítása. A szakdolgozó feladata Gallai (nagyreszt német nyelvű) cikkeinek feldolgozása, és a hozzájuk kapcsolódó későbbi eredmények áttekintése.

18. **KORLÁTOK ESEMÉNYEK UNIÓJA VALÓSZÍ NŰSÉGÉRE** (BSc, matematikus, alkalmazott matematikus, elemző)

Témavezető: Mádi-Nagy Gergely

Téma rövid leírása: Legyenek A_1, A_2, \dots, A_n tetszőleges események. Uniójuk valószínűsége a Poincaré (vagy szita) formula szerint:

$$P(A_1 \cup \dots \cup A_n) = S_1 - S_2 + S_3 - \dots + (-1)^{n-1} S_n,$$

ahol a k -adik binomiális momentum:

$$S_k = \sum_{0 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n} P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}).$$

A gyakorlatban általában csak legfeljebb m tagú metszetek valószínűségei ismertek, ahol $m \ll n$. Ilyenkor már csak becsülni tudjuk az unió valószínűségét. A legismertebb becslés a Bonferroni-egyenlőtlenség:

$$P(A_1 \cup \dots \cup A_n) \leq S_1 - S_2 + S_3 - \dots + (-1)^{m-1} S_m, \quad \text{ha } m \text{ páratlan,}$$

illetve ugyanez \geq relációs jellel, ha m páros. Természetesen ennél sokkal jobb becslések is adhatóak, ezeket tekintenénk át. A módszerek egy része gráfelméleti eszközöket használ, a másik része lineáris programozási módszertant.

19. **DISZKRÉT CSEBISEV-TIPUSÚ EGYENLŐTLENSÉGEK** (BSc vagy MSc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Témavezető: Mádi-Nagy Gergely

Téma rövid leírása: Legyen ξ egy nemnegatív valószínűségi változó. Keressük a $P(\xi \geq a)$ valószínűséget. Ha csak a $\mu = E(\xi)$ várható érték ismert, akkor a Markov egyenlőtlenség segítségével felső korlátot adhatunk. Hasonlóan, ha ismert $\sigma^2 = E(\xi^2) - E^2(\xi)$ (vagy ezzel ekvivalens módon $\mu_2 = E(\xi^2)$), akkor a Csebisev egyenlőtlenség ad felső becslést. Tegyük most fel, hogy ξ diszkrét, véges tartójú valószínűségi változó, tartója legyen $Z = \{z_0, z_1, \dots, z_n\}$. Tegyük fel, hogy $z_0 < z_1 < \dots < z_{r-1} < a \leq z_r < \dots < z_n$. Ekkor az alábbi LP feladat megoldása megadja a $P(\xi \geq a)$ valószínűség legjobb alsó és felső korlátját:

$$\begin{array}{ll} \min(\max) & p_r + \dots + p_n \\ \text{subject to} & \\ & p_0 + p_1 + \dots + p_n = 1 \\ & z_0 p_0 + z_1 p_1 + \dots + z_n p_n = \mu \\ & z_0^2 p_0 + z_1^2 p_1 + \dots + z_n^2 p_n = \mu_2 \\ & p_0, p_1, \dots, p_n \geq 0, \end{array}$$

Ezen a gondolatmeneten elindulva további algoritmikus ill. képletszerű korlátok adhatóak. A feladat az ezzel kapcsolatos irodalom áttekintése, esetleg valamely algoritmus numerikus implementálása.

20. **TETSZŐLEGES METRIKA KÖZELÍTÉSE FAMETRIKÁK ÁTLAGÁVAL** (BSc vagy MSc)

Témavezető: Pap Gyula

Téma rövid leírása: Az első érdekes eredmény a témában Bartaltól származik, miszerint n ponton megadott tetszőleges metrika közelíthető fametrikák lineáris kombinációjával, $O(\log n \log \log n)$ -faktor pontossággal. Fakcharoenphol, Rao, Talwar ezt $O(\log n)$ -faktorra javította. Az is kimutatható, hogy a közelítésben szereplő fametrikák száma akár $O(n \log n)$ alá is vihető. Az eredménynek számos alkalmazása van, mert így egy tetszőleges metrikáról fametrikára vezethetjük vissza a feladatot, melyre adott esetben optimálisan is megoldható a feladat, s így az eredeti metrikára egy közelítő algoritmust kaphatunk. A hallgató feladata a fametrika beágyazási algoritmus(ok) feldolgozása, és alkalmazás(ok) bemutatása.

21. **MEGRENDELÉSEK LEMONDÁSÁNAK ELŐREJELZÉSE AZ IBM VÁCI NAGYKAPACITÁSÚ HÁTTÉRTÁR GYÁRÁBAN** (BSc vagy MSc)

Témavezető: Szabó Jácint, (IBM Research Lab, Zürich, jsz@zurich.ibm.com) és Jüttner Alpár (alpar@cs.elte.hu)

Téma rövid leírása: Az IBM DS8000-es nagy kapacitású és nagy biztonságú háttértár egységeit a világon egyetlen helyen, az IBM váci gyárában gyártják. A megrendelés és a gyártás negyedéves ciklusokban történik oly módon, hogy az üzletmenet sajátosságából kifolyólag minden a negyedév során megrendelt háttértár konfigurációt a negyedév végéig le kell szállítani. Egy konfiguráció összeszerelése és tesztelése időigényes folyamat. Mivel a rendelések többsége a negyedév végén érkezik, az erre való felkészülésként már a negyedév elején, a pontos megrendelések ismerete nélkül elkezdnek a gyárban konfigurációkat összeszerelni és tesztelni. A negyedév végén beérkező megrendeléseket aztán ezen előre elkészített konfigurációk átkonfigurálásával elégítik ki, amely folyamat lényegesen rövidebb egy új konfiguráció összeszerelési és tesztelési idejénél.

További jellegzetesség, hogy a megrendelések jelentős részét időközben a megrendelők visszavonják. Amennyiben a gyárban nagyjából meg tudnák mondani, hogy mely megrendelés lesz visszavonva, akkor a negyedév végi roham idején a biztosabbnak ígérkező megrendelésekre fókuszálhatnának.

A fentiek alapján a feladat a megrendelések lemondásának minél pontosabb előrejelzése a mesterséges intelligencia eszközeivel, az osztályozókkal. Az osztályozók a meglévő historikus megrendelés adatok alapján megtanulják, hogy adott feature-halmaz (megrendelő cég, megrendelő cég országa, konfiguráció, negyedév végéig hátralévő idő, stb) mellett mennyi a lemondás valószínűsége. Feladat a gyakorlatban használt fontosabb osztályozók (SVM, naív Bayes, döntési fák, neurális hálók, boosting) kipróbálása, ezek minél jobb paraméterezése és kiértékelése. A feladathoz a Weka adatbányász programcsomag használatát ajánljuk.

Szükséges ismeretek: alapvető számítógépes gyakorlat

22. **BEVEZETÉS A DISZKRÉT LOGARITMUS ALAPÚ KRIPTOGRÁFIAI RENDSZEREKBE (BSc)**

Témavezető: Villányi Viktória

Téma rövid leírása: A szakdolgozó feladata a diszkrét logaritmus alapú kriptográfiai rendszerek bemutatása, elemzése, és a napjainkban használt alkalmazásaikra (titkosítás, a digitális aláírás) példák gyűjtése lenne.